Marius PERIANU • Ştefan SMĂRĂNDOIU • Cătălin STĂNICĂ

Matematică

clasa a VI-a

I

art
educațional

CUPRINS

ALGEBRĂ Unitatea 1. Mulțimi

1.1. Mulțimi. Mulțimea numerelor naturale 7
1.2. Relații între mulțimi. Submulțimi 12
Teste de evaluare 15
Fișă pentru portofoliul individual (A1) 17
1.3. Operații cu mulțimi 19
1.4. Mulțimi finite și mulțimi infinite 24
Teste de evaluare 27
Fișă pentru portofoliul individual (A2) 29
Test-model pentru Evaluarea Națională 31
1.5. Probleme cu caracter practic 34
1.6. Probleme pentru performanță școlară și olimpiade 36

ALGEBRĂ Unitatea 2. Divizibilitatea numerelor naturale

2.1. Divizibilitatea numerelor naturale (recapitulare) 43
2.2. Descompunerea numerelor naturale în produs de puteri de numere prime 48
2.3. Divizori comuni. Determinarea c.m.m.d.c. a două sau mai multe numere naturale 51
2.4. Multipli comuni. Determinarea c.m.m.m.c. a două sau mai multe numere naturale 56
2.5. Proprietăți ale relației de divizibilitate în $\mathbb{N}$ 60
Teste de evaluare 65
Fișă pentru portofoliul individual (A3) 67
Fișă pentru portofoliul individual (A4) 69
Test-model pentru Evaluarea Națională 71
2.6. Probleme cu caracter practic 73
2.7. Probleme pentru performanță școlară și olimpiade 75

ALGEBRĂ Unitatea 3. Rapoarte și proporții

3.1. Rapoarte 81
3.2. Procente 86
3.3. Proporții. Proprietatea fundamentală a proporțiilor 92
3.4. Proporții derivate. Șir de rapoarte egale 98
Teste de evaluare 103
Fișă pentru portofoliul individual (A5) 105
Test-model pentru Evaluarea Națională 107
3.5. Mărimi direct proporționale 109
3.6. Mărimi invers proporționale 113
3.7. Regula de trei simplă 117

3.8. Elemente de organizare a datelor. Reprezentarea datelor prin grafice 121
3.9. Probabilități 126
Teste de evaluare 129
Fișă pentru portofoliul individual (A6) 131
Test-model pentru Evaluarea Națională 133
3.10. Probleme cu caracter practic 135

GEOMETRIE **Unitatea 4. Noțiuni geometrice fundamentale**

4.1. Unghiul. Clasificarea unghiurilor (recapitulare) 139
4.2. Unghiuri adiacente. Bisectoarea unui unghi 145
4.3. Unghiuri complementare. Unghiuri suplementare 149
4.4. Unghiuri opuse la vârf 153
4.5. Unghiuri în jurul unui punct 157
Teste de evaluare 161
Fișă pentru portofoliul individual (G1) 163
Test-model pentru Evaluarea Națională 165
4.6. Drepte paralele. Axioma paralelelor. Criterii de paralelism 167
4.7. Drepte perpendiculare. Distanța de la un punct la o dreaptă. Mediatoarea unui segment. Simetria față de o dreaptă 174
Teste de evaluare 180
Fișă pentru portofoliul individual (G2) 181
Test-model pentru Evaluarea Națională 183
4.8. Cercul. Elemente în cerc. Unghi la centru. Pozițiile relative ale unei drepte față de un cerc. Pozițiile relative a două cercuri 185
Teste de evaluare 188
4.9. Probleme cu caracter practic 189
4.10. Probleme pentru performanță școlară și olimpiade 191

GEOMETRIE **Unitatea 5. Triunghiul**

5.1. Triunghiul. Elementele triunghiului. Clasificarea triunghiurilor 195
5.2. Suma măsurilor unghiurilor unui triunghi 200
5.3. Construcția triunghiurilor 204
5.4. Congruența triunghiurilor 208
5.5. Metoda triunghiurilor congruente 212
5.6. Congruența triunghiurilor dreptunghice 217
Teste de evaluare 219
Fișă pentru portofoliul individual (G3) 221
Test-model pentru Evaluarea Națională 223
5.7. Probleme cu caracter practic 225
5.8. Probleme pentru performanță școlară și olimpiade 227

SINTEZE **Unitatea 6. Variante de subiecte pentru teză** 231

SOLUȚII 237

UNITATEA 1
MULȚIMI

Tema 1.1. Mulțimi. Mulțimea numerelor naturale
Tema 1.2. Relații între mulțimi. Submulțimi
Teste de evaluare
***Fișă pentru portofoliul individual* (A1)**
Tema 1.3. Operații cu mulțimi
Tema 1.4. Mulțimi finite și mulțimi infinite
Teste de evaluare
***Fișă pentru portofoliul individual* (A2)**
Test -model pentru Evaluarea Națională
Tema 1.5. Probleme cu caracter practic
Tema 1.6. Probleme pentru performanță școlară și olimpiade

Tema 1.1
Mulțimi. Mulțimea numerelor naturale

O *mulțime* este o grupare de obiecte, simboluri etc., bine precizate și distincte, numite *elementele* mulțimii.

Mulțimile se notează de regulă cu litere mari: A, B, M, N, ..., iar elementele se notează cu litere mici, simboluri, numere etc.

Mulțimea numerelor naturale

Mulțimea ale cărei elemente sunt toate numerele naturale se numește *mulțimea numerelor naturale.* Se notează $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \ldots, n, \ldots\}$.

Mulțimea numerelor naturale nenule

Mulțimea ale cărei elemente sunt toate numerele naturale mai puțin 0 se numește *mulțimea numerelor naturale nenule.* Se notează $\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, \ldots, n, \ldots\}$.

Relații între element și mulțime

Dacă M este o mulțime și x este un element al mulțimii M, se spune că *elementul x aparține mulțimii M* (pe scurt *x aparține lui M*) și se notează $x \in M$.

Dacă x nu este element al mulțimii M, se spune că *x nu aparține mulțimii M* și se notează $x \notin M$.

Exemplu. Dacă $M = \{1, 2, 3\}$, avem $1 \in M$, $2 \in M$ și $3 \in M$, dar $0 \notin M$, $5 \notin M$.

Mulțimea vidă. Mulțimea care nu are nici un element se numește *mulțimea vidă* și se notează $\varnothing$ (de exemplu mulțimea elefanților de pe Lună).

Moduri de definire a mulțimilor

1. Enunțând o proprietate comună a elementelor acelei mulțimi.
Exemple. $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}$ și $2 \cdot x + 3 \leq 18\}$, $B = \{x \mid x$ este cifră impară$\}$.

2. Prin enumerarea tuturor elementelor ei între acolade.
Exemple. $A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$, $B = \{0, 3, 6, 9\}$.

3. Prin enumerarea tuturor elementelor în interiorul unei linii curbe închise (numită diagrama Venn-Euler).

Exemple.

Mulțimi finite. Mulțimi infinite. Mulțimile cu un număr finit (limitat) de elemente se numesc *mulțimi finite*.

Mulțimile care nu au un număr finit de elemente (spunem că au un număr infinit de elemente) se numesc *mulțimi infinite*.

Exemple.
1. Mulțimea cifrelor din sistemul zecimal este finită.
2. Mulțimea oamenilor de pe globul pământesc este finită.
3. Mulțimea numerelor naturale este infinită.
4. Mulțimea numerelor naturale divizibile cu 7 este infinită.

Cardinalul unei mulțimi finite este numărul elementelor mulțimii. Cardinalul mulțimii finite M este un număr natural care se notează card M.

Observație. Notăm cardinalul unei mulțimi infinite cu simbolul ∞, pe care îl citim *infinit*. (∞ nu este număr natural).

Exemple. **1.** Mulțimea $M = \{2, 5, 7, 8\}$ are 4 elemente și scriem: card $M = 4$.
2. card $\mathbb{N}^* = \infty$.

*****

1. Scrieți, prin enumerare și sub formă de diagramă, mulțimile literelor folosite în scrierea cuvintelor: *capacitate, matematică, perspicacitate, paralelipiped.*

2. Se dau mulțimile: $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$ și $C = \{3, 5, 7, 9\}$. Pentru fiecare dintre elementele 0, 1, 2, 5, 6, 7, scrieți cărei mulțimi aparțin și căreia nu.

3. Este corect scrisă mulțimea $A = \{1 + 2,\ 2 + 3,\ 4 + 1,\ 7,\ 13\}$? Justificați.

4. Precizați valoarea de adevăr a propozițiilor:

a) $2 \in \{x \mid x \text{ divide } 16\}$; ***b)*** $7 \in \{x \mid 2 \le x < 7\}$; ***c)*** $21 \notin \{x \mid x = \overline{21c}\}$;
d) $4^2 \in \{x \mid 2^3 < x < 2^5\}$; ***e)*** $543 \in \{x \mid x \vdots 5\}$; ***f)*** $10^3 \notin \{x \mid x \text{ se divide cu } 10\}$.

5. Determinați valoarea numărului natural x pentru care numărul natural 2 este element al mulțimii $A = \{2 \cdot x + 1, 2 \cdot x + 2, 2 \cdot x + 3\}$.

6. Scrieți următoarele mulțimi, enumerând elementele:
a) $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x \le 7\}$; ***d)*** $D = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 11 \le x < 23\}$;
b) $B = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 4 \le x \le 9\}$; ***e)*** $E = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 18 \text{ se împarte exact la } x\}$;
c) $C = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 7 < x \le 14\}$; ***f)*** $F = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x \text{ impar}, x < 13\}$.
Reprezentați cele 6 mulțimi utilizând diagrame Venn-Euler.

7. ***a)*** Scrieți mulțimea numerelor naturale pare mai mici decât 14.
b) Scrieți mulțimea numerelor naturale impare mai mici decât 11.
c) Scrieți mulțimea numerelor naturale pare, de două cifre, divizibile cu 5.
d) Scrieți mulțimea numerelor naturale, mai mici decât 123, divizibile cu 25.
e) Scrieți mulțimea numerelor naturale de trei cifre, cu toate cifrele egale.

8. Fie mulțimile $A = \{2, 7, 11, 20\}$, $B = \{x \mid x \text{ este predecesor al lui } m, \text{ unde } m \in A\}$, și $C = \{x \mid x \text{ este succesor al lui } m, \text{ unde } m \in A\}$. Scrieți prin enumerare, apoi utilizând diagrame Venn-Euler elementele mulțimilor B și C.

9. Stabiliți dacă următoarele mulțimi sunt finite sau infinite:
$A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ și } x \le 11\}$; $B = \{y \mid y \in \mathbb{N} \text{ și } 2 \cdot y + 1 \ge 37\}$;
$C = \{n \mid n \in \mathbb{N} \text{ și } 2^n < 2^{10}\}$; $D = \{m \mid m \in \mathbb{N} \text{ și } 5^m + 3 > 130\}$.

10. Scrieți mulțimea A știind că are trei elemente și folosind informațiile următoare:
$7 \notin A,\ 5 \in A,\ 4 \notin A,\ 2 \in A,\ 1 \notin A,\ 0 \in A,\ 8 \notin A,\ 6 \notin A.$

11. Precizați mulțimile finite:

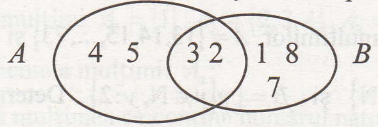
a) $A = \{x \mid x \in \mathbb{N},\ 13 \le x \le 31\}$; *b)* $B = \{2^0; 2^2; 2^4; 2^5\}$;

c) $C = \{x \mid x \in \mathbb{N},\ x > 212\}$; *d)* $D = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ divide } 50\}$;

e) $E = \{x \mid x \in \mathbb{N},\ x^2 \le 100\}$; *f)* $F = \{x \mid x \in \mathbb{N},\ x^2 \ge 100\}$.

12. Scrieți elementele mulțimilor $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x < 5\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \le 4\}$. Comparați cardinalul lor și reprezentați mulțimile folosind diagrame Venn-Euler.

13. Precizați elementele celor două mulțimi din reprezentarea de mai jos.



✱✱

14. În locul spațiilor punctate puneți unul dintre semnele > sau < sau =, pentru ca următoarele mulțimi să verifice relația scrisă în dreptul fiecăreia:

$A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ și } 2x+1 \ldots 39\}$ card $A = 19$;

$B = \{n \mid n \in \mathbb{N} \text{ și } 4n \ldots 56\}$ card $B = 1$;

$C = \{m \mid m \in \mathbb{N} \text{ și } 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 \ldots m^2\}$ card $C = 6$.

15. Fie mulțimea $A = \{5, 9, 13, 17, \ldots, 201\}$. Determinați cardinalul mulțimii A și arătați că media aritmetică a elementelor din A nu aparține mulțimii A.

16. Fie mulțimea $A = \{15, 20, 25, \ldots, 85\}$.

a) Scrieți elementele mulțimii A divizibile cu 10.

b) Scrieți elementele mulțimii A divizibile cu 2.

c) Determinați numărul de elemente al mulțimii A.

17. Scrieți mulțimea $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 2x + 7 \le 20\}$ prin enumerarea tuturor elementelor.

18. Câte elemente are mulțimea $A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ și } 7x + 3 = x + 28\}$?

19. Determinați numărul natural n știind că $11 \in \{3n+5, 2n+4\}$.

20. *a)* Determinați $a \in \mathbb{N}$, astfel încât cardinalul mulțimii $\{a, 2a+5, 3a+1\}$ să fie 2.

b) Determinați $a \in \mathbb{N}$, pentru care $\operatorname{card}\{a, 3a, a+1\} = 2$.

c) Determinați $a \in \mathbb{N}$, astfel încât cardinalul mulțimii $\{x \in \mathbb{N} \mid 2 \cdot x + a < 9\}$ să fie un element al mulțimii $\{4, 5\}$.

21. Aflați cardinalul mulțimii: $A = \{n \mid n \in \mathbb{N},\ n \text{ se scrie numai cu cifra 3 și } n < 401\}$.

22. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

a) $2 \in \{1, 2, 3\}$;

b) $2 \notin \{3, 4\}$;

c) $2 \in \{12, 122, 1222\}$;

d) $\{1, 2, 3, 4\}$ conține 3 pătrate perfecte;

e) $\text{card}\{2, 3\} < \text{card}\{0, 1, 2\}$;

f) $15 \notin \{x \mid x \in \mathbb{N}, x = 3 \cdot k, k \in \mathbb{N}\}$.

23. Scrieți în 3 moduri diferite mulțimile:

a) mulțimea numerelor naturale impare cuprinse între 17 și 28.

b) mulțimea numerelor naturale, mai mici decât 38, divizibile cu 3.

c) mulțimea pătratelor perfecte mai mici decât 225 și mai mari decât 100.

d) mulțimea tuturor cuburilor perfecte cuprinse între 7 și 130.

24. Scrieți mulțimea $A = \{1, 2, 4, 8, 16\}$ punând în evidență o proprietate comună a elementelor sale.

25. Aflați elementele comune mulțimilor $A = \{13, 14, 15, ..., 73\}$ și $B = \left\{\overline{ab} \mid \overline{ab} = \overline{ba}\right\}$.

26. Fie $A = \left\{x \mid x = u(n^2), n \in \mathbb{N}\right\}$ și $B = \left\{y \mid y \in \mathbb{N}, y \vdots 2\right\}$. Determinați elementele comune celor două mulțimi.

27. Enumerați elementele mulțimilor:

a) $A = \left\{x \mid x \in \mathbb{N}, 10 < 3^x \le 81\right\}$;

b) $B = \left\{x \mid x \in \mathbb{N}, 16 \le x^2 \le 625\right\}$;

c) $C = \left\{x = \overline{abc} \mid 80 < x < 600\right\}$;

d) $D = \left\{x \in \mathbb{N} \mid x = 7 \cdot k + 1, k \in \mathbb{N}, k \le 7\right\}$

e) $E = \left\{x \mid x \in \mathbb{N}, 13 < 3x - 5 \le 22\right\}$;

f) $F = \left\{a = \overline{xy} \mid \overline{xy} \vdots 2, x \vdots 5\right\}$;

g) $G = \left\{x \mid x \in \mathbb{N}, 5^x = 125 \text{ sau } 2^x = 1\right\}$;

h) $H = \left\{x \mid x = 3^n, n \le 4, n \in \mathbb{N}\right\}$.

28. *a)* Se dau mulțimile $A = \{0, 1, 2, 3\}$ și $B = \{x \mid x = 7a + 2 \text{ și } a \in A\}$. Determinați elementele mulțimii B.

b) Se dau mulțimile $A = \{x \mid 25^{10} < 5^x \le 125^8\}$ și $B = \{y \mid y = 3 \cdot x - 11 \text{ și } x \in A\}$. Determinați elementele mulțimilor A și B.

29. Scrieți următoarele mulțimi cu ajutorul unei proprietăți caracteristice:

a) $A = \{p, i, c, o, r\}$;

b) $B = \{1, 6, 11, ..., 501\}$;

c) $C = \{1, 3, 6, 10, ..., 210\}$;

d) $D = \{1, 2, 6, 24, 120, 720\}$;

e) $E = \{1, 3, 7, 15, 31, 63\}$;

f) $F = \{0, 1, 8, 81, 1024\}$;

g) $G = \{1, 2, 4, 8, 16, 32\}$;

h) $H = \{0, 1, 4, 9, 16, 25, 36\}$.

30. Fie $A = \{0, 2, 4, 6\}$. Determinați elementele mulțimii $B = \left\{x \mid x = 3^a - 2^a, a \in A\right\}$.

31. Scrieți mulțimea A de numere naturale care sunt mai mici decât 71 și care împărțite la 10 dau restul mai mare decât 8.

32. Fie n un număr natural. Considerăm mulțimea $A = \left\{x \in \mathbb{N} \mid 2^n \le x \le 2^{n+2}\right\}$.

Determinați cardinalul mulțimii A și apoi numărul n știind că A are 97 elemente.

***

33. Numerele naturale impare consecutive sunt grupate astfel: $\{1\},\{3,5\},\{7,9,11\}$, $\{13,15,17,19\}$, … etc. Determinați suma numerelor din a 8-a mulțime.

34. Fie $A=\{1,2,3,...,2012\}$. Aflați card$\{x\in A \mid x\vdots 2 \text{ sau } x\vdots 5\}$.

35. Se dă șirul de mulțimi $A_1=\{1\}, A_2=\{2,3,4\}, A_3=\{5,6,7,8,9\},...$.

a) Scrieți elementele mulțimii A_4;

b) Determinați mulțimea ce conține numărul natural 2010.

c) Determinați cel mai mic și cel mai mare element al mulțimii A_{2010}.

36. Fie mulțimea $A=\{2^a\cdot 3^b\cdot 5^c \mid a,b,c\in\mathbb{N}\}$. Arătați că printre oricare 9 elemente ale lui A există cel puțin două al căror produs este pătrat perfect.

Probleme de șapte stele

37. Se dă mulțimea A, formată din numere naturale, cu proprietățile:
a) dacă $x\in A$, atunci $5\cdot x+1\in A$;
b) dacă $7\cdot x+4\in A$, atunci $x\in A$;
c) $9\in A$.
Arătați că numărul 6 aparține mulțimii A.

38. Determinați mulțimile A și B care îndeplinesc simultan următoarele proprietăți:
a) mulțimea $\{1, 2, 3, 4\}$ este formată din toate elementele mulțimilor A și B;
b) fiecare mulțime are câte două elemente;
c) dacă $x\in A$, atunci $x+1\in B$.

39. Se dă mulțimea A, formată din numere naturale, cu proprietățile:
a) dacă $x\in A$, atunci $3x+2\in A$;
b) dacă $x^2+1\in A$, atunci $x\in A$;
c) $1\in A$.
Arătați că numerele 4, 5 și 26 aparțin mulțimii A.

40. Se dă mulțimea A, formată din numere naturale, cu proprietățile:

a) dacă $x\in A$, atunci $3\cdot x\in A$ și $6\cdot x+4\in A$;

b) dacă $4\cdot x+2\in A$, atunci $x\in A$;

c) $11\in A$.

Arătați că $2010\in A$.

SOLUȚII

UNITATEA 1 MULȚIMI

Tema 1.1. Mulțimi. Mulțimea numerelor naturale

5. 0. **6.** ***a)*** $A=\{0,1,...,7\}$; ***b)*** $B=\{4,5,...,9\}$; ***c)*** $C=\{8,9,...,14\}$; ***d)*** $D=\{11,12,...,22\}$; ***e)*** $E=\{1,2,3,6,9,18\}$; ***f)*** $F=\{1,3,5,7,9,11\}$. **9.** Mulțimi finite: *A*, *C*; mulțimi infinite: *B*, *D*. **10.** $A=\{0,2,5\}$. **11.** Mulțimi finite: *A*, *B*, *D*, *E*; mulțimi infinite: *C*, *F*. **12.** $A=\{1,2,3,4\}$, $B=\{0,1,2,3,4\}$. **13.** $A=\{2,3,4,5\}$, $B=\{1,2,3,7,8\}$. **14.** $<, =, >$. **15.** $5=4\cdot1+1$, $9=4\cdot2+1$, ..., $201=4\cdot50+1$; $\text{card}A=50$, $m_a=(5+9+...+201):50=103=4\cdot25+3\notin A$. **19.** $n=2$. **20.** ***a)*** 4; ***b)*** 0; ***c)*** $\text{card}A=4\Rightarrow a=2$; $\text{card}A=5\Rightarrow a=0$. **21.** 3. **22.** ***a)*** *A*; ***b)*** *A*; ***c)*** *F*; ***d)*** *F*; ***e)*** *A*; ***f)*** *F*. **24.** $A=\{2^n \mid n\le 4, n\in\mathbb{N}\}$. **25.** $\{22,33,44,55,66\}$. **26.** 0,4,6. **27.** $A=\{3,4\}$; $B=\{4,5,...,25\}$; $C=\{100,101,...599\}$; $D=\{1,8,15,...,50\}$; $E=\{7,8,9\}$; $F=\{50,52,54,56,58\}$; $G=\{0,3\}$; $H=\{1,3,9,27,81\}$. **28.** ***a)*** $B=\{2,9,16,23\}$; ***b)*** $A=\{21,22,23,24\}$, $B=\{52,55,58,61\}$. **29.** $A=\{x \mid x \text{ este literă a cuvântului picior}\}$; $E=\{2^n-1 \mid n\le 6, n\in\mathbb{N}^*\}$; $D=\{n! \mid n\le 6, n\in\mathbb{N}\}$; $B=\{5n+1 \mid n\le 100, n\in\mathbb{N}\}$; $C=\{1+2+3+...+n \mid n\le 20, n\in\mathbb{N}\}$; $F=\{n^{n+1} \mid n\le 4, n\in\mathbb{N}\}$; $G=\{2^n \mid n\le 5, n\in\mathbb{N}\}$; $H=\{n^2 \mid n\le 6, n\in\mathbb{N}\}$. **32.** $n=5$. **33.** A opta mulțime este $\{57,59,...,71\}$. Suma elementelor acestei mulțimi este 512. **34.** Sunt 1006 elemente divizibile cu 2: $2\cdot1, 2\cdot2, ..., 2\cdot1006$. Sunt 400 elemente divizibile cu 5: $5\cdot1, 5\cdot2, ..., 5\cdot400$. Sunt 200 elemente divizibile și cu 2 și cu 5: $10\cdot1, 10\cdot2, ..., 10\cdot200$. În concluzie avem $1006+400-200=1206$ elemente divizibile cu 2 sau cu 5. **35.** ***a)*** $A_4=\{10,11,12,...,16\}$; ***b)*** $\text{card}A_1+\text{card}A_2+...+\text{card}A_n=n^2$ și cum $44^2<2010\Rightarrow 2010\in A_{45}$; ***c)*** cel mai mic element este $2009^2+1=4036082$, iar cel mai mare element este $2010^2=4040100$. **36.** Fiecare dintre exponenții a,b,c poate fi par sau impar, în total sunt $2\cdot2\cdot2=8$ combinații posibile ale exponenților în raport cu paritatea. Avem 8 posibilități de combinare a parității și 9 elemente; conform *principiului cutiei* vor fi cel puțin două elemente cu exponenții de aceeași paritate și produsul lor va conține pe 2, 3 și 5 la exponenți pari, adică produsul va fi pătrat perfect. **37.** $9\in A\xRightarrow{a)}46=9\cdot5+1\in A$; $46=7\cdot6+4\in A\xRightarrow{b)}6\in A$.

39. $1\in A\xRightarrow{a)}5\in A\xRightarrow{a)}17\in A$; $17=4^2+1\in A\xRightarrow{b)}4\in A$; $5=2^2+1\in A\xRightarrow{b)}2\in A\xRightarrow{a)}8\in A\xRightarrow{a)}26\in A$.

40. $11\in A\xRightarrow{a)}33\in A$ și $6\cdot33+4=202\in A$; $202=4\cdot50+2\in A\xRightarrow{b)}50\in A\xRightarrow{a)}150\in A$; $150=4\cdot37+2\in A\xRightarrow{b)}37\in A\xRightarrow{a)}111\in A\xRightarrow{a)}670\in A\xRightarrow{a)}2010\in A$.

1.2. Relații între mulțimi. Submulțimi

5. $2^4=16$. **6.** $n=2$. **8.** 5. **9.** 5. **10.** ***a)*** $x=1$; ***b)*** $x=1, y=2, z=3$; ***c)*** $x=5$; ***d)*** $t=5$. **12.** Mulțimea *A* este formată din elementele 1, 2, și 3 la care se adaugă elementele submulțimilor mulțimii $\{4,5,6\}$. Mulțimea $\{4,5,6\}$ are $2^3=8$ submulțimi, deci vor fi 8 mulțimi *A* ce verifică datele problemei (câte una pentru fiecare submulțime a mulțimii $\{4,5,6\}$).